

УДК 535.39+535.317.1

НАБЛЮДЕНИЕ ОТРАЖАЮЩИХ ГОЛОГРАММ

Воробьев С. П.

В рамках параксиального внеосевого приближения изложен метод расчета изображения, восстановленного отражающей голограммой, учитывающий положение точки наблюдения. Показано влияние размера зрачка глаза и его положения на искажения восстановленного изображения стандартного объекта.

В основных работах по геометрии записи и восстановления голограмм [1-3] определение координат точки изображения производится по известным координатам точки объекта, опорного и восстанавливавшего источников. При таком подходе не учитывается хорошо известный экспериментальный факт — зависимость положения и формы изображения от положения наблюдателя. Автор [4] правильно указал на необходимость проведения расчета изображения таким образом, чтобы лучи, восстановленные голограммой, попадали в глаз наблюдателя, однако провел построение двухмерного восстановленного изображения в рамках традиционного подхода. В настоящей работе изложен метод расчета фотографического изображения, учитывающий положение наблюдателя, и проведен анализ свойств рассчитанного изображения.

Расчет положения изображения

При освещении фотопластинки когерентным светом от опорного источника и точечного объекта на каждом элементе ее поверхности запишется элементарная голограмма с определенной геометрией, зависящей от величины углов падения опорного и объектного пучков. При восстановлении полученной голограммы источником, не совпадающим по положению с опорным источником, — случае, часто встречающемся при восстановлении изобразительных голограмм, — каждая точка голограммы восстановит свое изображение. В результате изображение точки, восстановленное всей голограммой, займет конечную область в пространстве. На рис. 1 показаны изображения, рассчитанные для 7 точек голограммы при следующих условиях: координаты y , z точки объекта равны 3 см, расстояния от центра голограммы до опорного и восстанавливавшего источников, расположенных в плоскости yOz , равны соответственно 160 и 20 см, углы падения опорного и восстанавливавшего пучков равны соответственно -124 и 56° .

Рассмотрим, какое изображение увидит наблюдатель, находящийся в точке N на оси z с координатой $z_N=18$ см. На первый взгляд можно предположить, что все точки изображения будут видны одновременно и в совокупности изображение будет представляться размытым пятном. Однако, если проследить за направлением элементарных пучков, идущих от голограммы и формирующих изображение, можно убедиться, что точку наблюдения пересекает только один элементарный пучок, выходящий из области голограммы, близкой к расчетной точке с номером 4. Следовательно, наблюдатель, находящийся в точке N , увидит изображение в виде точки, обозначенной тем же номером 4. Остальные элемен-

тарные пучки, формирующие изображение, идут по другим направлениям и через точку N не проходят. При наблюдении из точки с координатой $z_N=9$ см можно видеть только изображение точки под номером 6, а при $z_N=6$ см изображение вообще не будет видно, если размер голограммы равен 12 см.

Приведенный пример подтверждает необходимость обязательного учета положения наблюдателя при расчете изображения, восстановленного голограммой. Переидем к количественному решению задачи.

Будем искать положение точки на голограмме, которая восстанавливает изображение в направлении точки наблюдения, путем последовательного решения уравнений внеосевой параксиальной голограммы, разрешенных относительно координат изображения. Для точки на голограмме с координатами x_H , y_H эти уравнения имеют вид

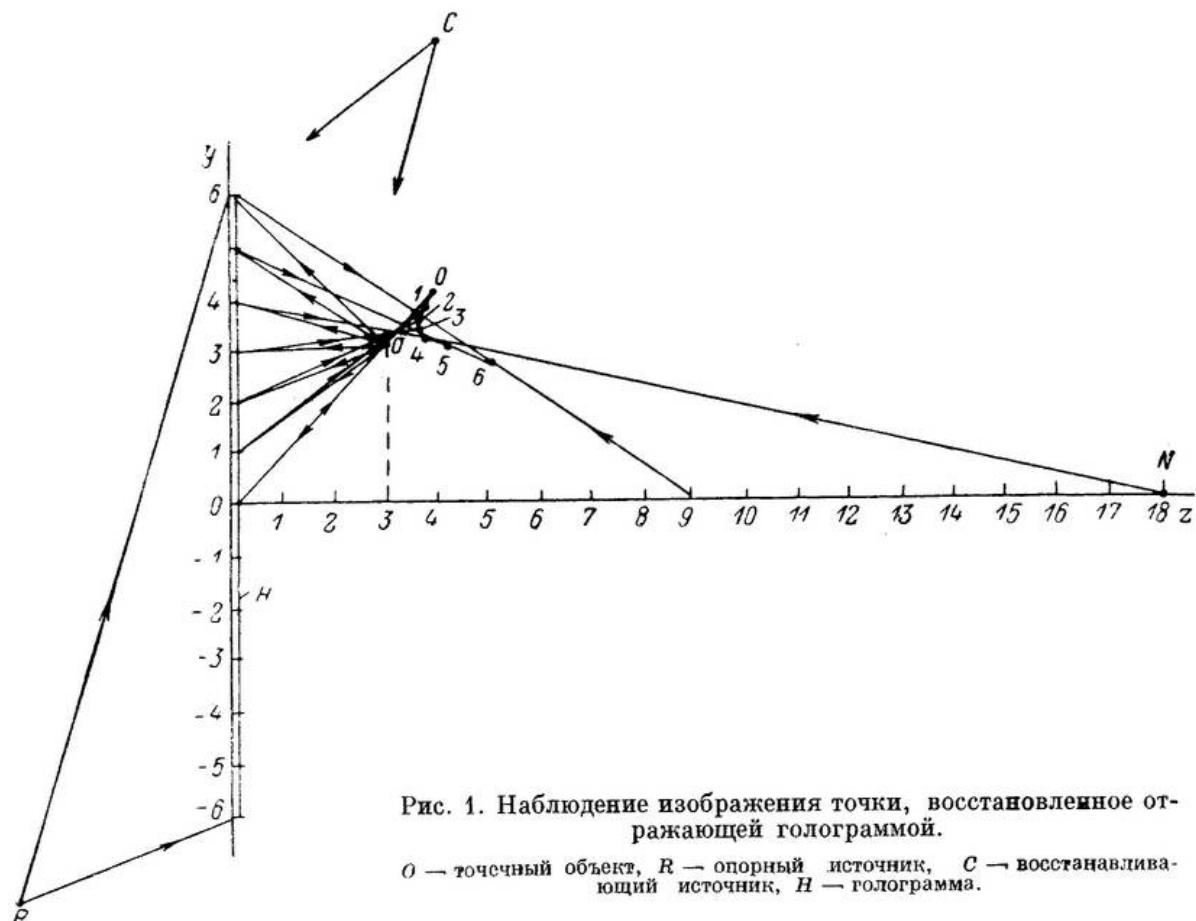


Рис. 1. Наблюдение изображения точки, восстановленное отражающей голограммой.

O — точечный объект, R — опорный источник, C — восстанавливающий источник, H — голограмма.

$$\left. \begin{aligned} x_J &= x_H + R'_J \left[\mu \left(\frac{x_R - x_H}{R'_R} + \frac{x_O - x_H}{R'_O} \right) - \frac{x_C - x_H}{R'_C} \right], \\ y_J &= y_H + R'_J \left[\mu \left(\frac{y_R - y_H}{R'_R} + \frac{y_O - y_H}{R'_O} \right) - \frac{y_C - y_H}{R'_C} \right], \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где

$$\frac{1}{R'_J} = \mu \left(\frac{1}{R'_R} + \frac{1}{R'_O} \right) - \frac{1}{R'_C},$$

$$R_i = \sqrt{(x_i - x_H)^2 + (y_i - y_H)^2 + z_i^2}, \quad i = O, R, C, J; \quad \mu = \lambda_C / \lambda_R.$$

Индексы обозначают координаты: R — опорного источника, O — объекта, C — восстанавливающего источника, J — восстановленного изображения; λ_R , λ_C — длины волн света в воздухе на стадиях записи и восстановления.

На первом этапе определим исходную точку на голограмме как место пересечения с прямой, проходящей через точку объекта и точку наблюдения с ко-

ординатами x_N , y_N , z_N . Используя пояснительный рис. 2, получим выражение для координат искомой точки на голограмме

$$x_H^0 = \frac{z_N x_0 - x_N z_0}{z_N - z_0}, \quad y_H^0 = \frac{z_N y_0 - y_N z_0}{z_N - z_0}. \quad (2)$$

Подставляя значения x_H^0 , y_H^0 и координаты источников в уравнения (1), получим координаты первого изображения точки. Обобщая прием, запишем выражения для координат действующей точки на голограмме, являющейся местом пересечения с прямой, проходящей через точку наблюдения и точку i -го изображения

$$x_H^i = \frac{z_N x_J^i - x_N z_J^i}{z_N - z_J^i}, \quad y_H^i = \frac{z_N y_J^i - y_N z_J^i}{z_N - z_J^i}. \quad (3)$$

Последовательно решая уравнения (1) с учетом (3), можно убедиться, что с каж-

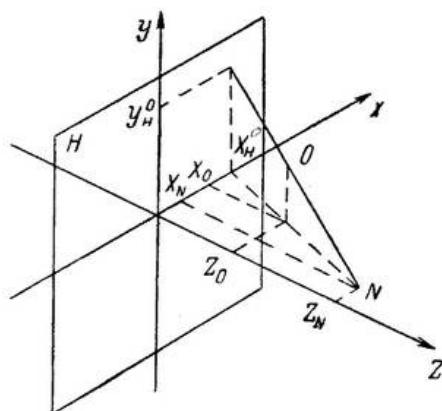


Рис. 2. К расчету положения действующей точки на голограмме.

дым новым шагом координаты изображения изменяются на все меньшую величину, приближаясь к некоторому пределу, который и будет искомым решением задачи. На практике обычно задаются определенной степенью точности, ограничивая величину разностей $(x_j^i - x_{j-1}^i)$, $(y_j^i - y_{j-1}^i)$ определенным значением. Это значительно сокращает число итераций.

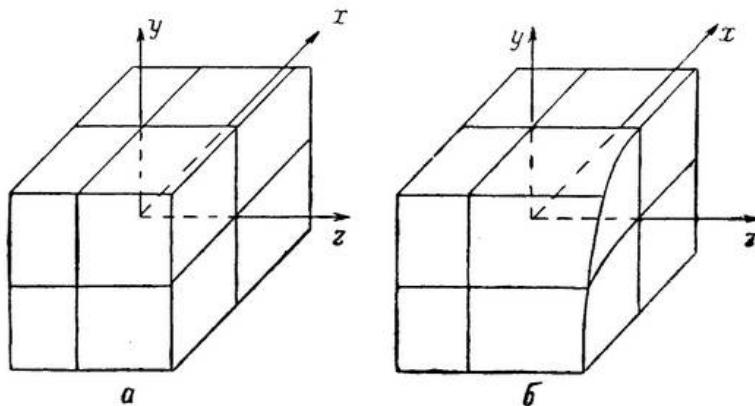


Рис. 3. Наблюдаемое изображение куба при различных положениях точки наблюдения.
а — $x_N = 0$, $y_N = 0$, $z_N = 25$ см, б — $x_N = 5$ см, $y_N = 0$, $z_N = 25$ см.

Рассчитаем изображение объекта, представляющего собой куб со стороной 6 см, центр которого совпадает с центром голограммы. Положение опорного и восстанавливающего источников соответствует рассмотренному ранее примеру. Точка наблюдения имеет координаты $x_N=y_N=0$, $z_N=25$ см.

На рис. 3, а показано изображение куба. Искажения формы вызваны несопряженным характером восстановления голограммы, причем часть изображения, расположенная перед плоскостью голограммы, искажена сильнее.

Разработанный метод расчета позволяет находить положение и форму изображения при различных положениях точки наблюдения и восстанавливающего источника. На рис. 3, б показано изображение куба при смещении точки наблюдения на 5 см по оси x . Изображение имеет характерное искажение, наблюдавшееся при реальном восстановлении голограммы.

Влияние размеров зрачка глаза на размытие изображения

Глаз со зрачком конечных размеров будет воспринимать световые пучки, распространяющиеся в определенном телесном угле, и поэтому изображение объекта размывается в пространстве. Для анализа влияния размеров зрачка на качество изображения ограничимся случаем уже разобранного примера с кубом

Таблица 1

Параметры размытия в микрометрах угловых точек изображения для зрачка 5 и 10 мм.

Δx_a — размер зрачка по оси x , Δy_a — размер зрачка по оси y

№	$\Delta x_a = 5$ мм				$\Delta y_a = 5$ мм			
	Δx_J	Δy_J	Δz_J	ΔR_J	Δx_J	Δy_J	Δz_J	ΔR_J
1	13	12	35	39	15	57	2	59
2	16	1	36	39	3	55	20	59
3	79	26	409	417	15	108	71	130
4	297	118	1337	1375	193	115	655	693

	$\Delta x_a = 10$ мм				$\Delta y_a = 10$ мм			
	Δx_J	Δy_J	Δz_J	ΔR_J	Δx_J	Δy_J	Δz_J	ΔR_J
1	26	22	69	77	30	114	4	118
2	32	1	72	79	6	111	41	118
3	160	53	822	839	29	215	144	260
4	602	240	2711	2787	388	232	1314	1390

и найдем зависимость величины размытия от размера зрачка, расположенного на оси z на расстоянии 25 см от голограммы.

Оценка качества голографического изображения обычно производится по величине волновой или лучевой аберрации [5, 6] либо при помощи непосредственного расчета локализации изображения по большому количеству лучей, заполняющих зрачок глаза [7]. В нашем случае целесообразно провести оценку размытия точек изображения по разностям Δx_J , Δy_J , Δz_J координат точек изображения для данной точки объекта, наблюдаемых с противоположных границ апертуры зрачка и по величине ΔR_J , определяемой по формуле

$$\Delta R_J = \sqrt{\Delta x_J^2 + \Delta y_J^2 + \Delta z_J^2}. \quad (4)$$

Правомерность такого подхода будет подтверждена сравнением результатов расчета с оценкой качества изображения по волновой аберрации.

В табл. 1 приведены результаты расчета для угловых точек куба 1, 2, 3, 4 (рис. 3, а) для двух размеров зрачка: 5 и 10 мм. Из-за симметрии оптической схемы относительно плоскости yOz размытия соответствующих точек правой половины куба имеют такое же значение.

Из сравнения полученных данных следует, что величина размытия с достаточной степенью точности пропорциональна величине апертуры зрачка. Что касается величины размытия для разных точек изображения, то, как и следовало ожидать, наблюдается сильное его увеличение для передних точек изображения, причем наибольшее размытие происходит по координате z . Это согласуется с результатами количественного анализа, проведенного в [4], связывающего

Таблица 2
Волновая аберрация W
в микрометрах для расчетных
точек изображения и ее отношение
к параметру размытия ΔR_J
для зрачка 5 мм

№	W	W/λ_R	ΔR_J	$W/\Delta R_J, \%$
1	0.24	0.38	39	0.61
2	0.17	0.27	39	0.43
3	0.38	0.60	417	0.09
4	0.25	0.40	1375	0.02

качество изображения с размером действующей площади (апертуры) голограммы. Неодинаковая зависимость величины размытия от размеров зрачка по осям x и y связана с выбранным расположением источников R и C .

Рассчитаем волновую aberrацию для точек изображения при размере зрачка 5 мм. Воспользуемся выражениями для коэффициентов aberrаций третьего порядка [3], соответствующих сферической aberrации S , коме C_x , C_y и астигматизму A_x , A_y , A_{xy} ,

$$S = \frac{1}{R_C^3} + \frac{1}{R_J^3} - \mu \left(\frac{1}{R_R^3} + \frac{1}{R_\theta^3} \right), \quad C_x = \frac{x_C}{R_C^3} + \frac{x_J}{R_J^3} - \mu \left(\frac{x_R}{R_R^3} + \frac{x_\theta}{R_\theta^3} \right),$$

$$A_x = \frac{x_C^2}{R_C^3} + \frac{x_J^2}{R_J^3} - \mu \left(\frac{x_R^2}{R_R^3} + \frac{x_\theta^2}{R_\theta^3} \right). \quad (5)$$

Коэффициенты C_y , A_y и A_{xy} записываются аналогично. Величину волновой aberrации W определим из выражения [8]

$$W = -\frac{1}{8} \rho^4 S + \frac{1}{2} \rho^3 (C_x \cos \theta + C_y \sin \theta) - \frac{1}{2} \rho^2 (A_x \cos^2 \theta + A_y \sin^2 \theta + 2A_{xy} \cos \theta \sin \theta), \quad (6)$$

где

$$\rho = \sqrt{\left(\frac{\Delta x_H}{2}\right)^2 + \left(\frac{\Delta y_H}{2}\right)^2}; \quad \cos \theta = \frac{\Delta x_H}{2\rho}; \quad \sin \theta = \frac{\Delta y_H}{2\rho}; \quad \Delta x_H, \quad \Delta y_H$$

— размеры действующей площади голограммы, восстанавливающей изображение при наблюдении зрачком конечных размеров, определяемые при расчете положения изображения из уравнений (3).

Результаты вычислений для $\Delta x_a = 5$ мм приведены в табл. 2. Из таблицы следует, что для всех точек изображения величина волновой aberrации примерно на 2 порядка меньше величины размытия, рассчитанной по формуле (4). Для всех точек, кроме точки 3, величина волновой aberrации не превышает половины длины волны, используемой при записи голограммы ($\lambda_R = 633$ нм). Поэтому можно утверждать, что оценка качества изображения по величине размытия, определяемой выражением (4), или по величинам Δx , Δy , Δz раздельно вполне оправдана. Разумеется, при значительном отклонении условий записи и восстановления от рассмотренных в приведенном примере требуется дополнительный расчет с целью выяснения правомерности такого подхода к оценке качества изображения. Приведенный пример характерен тем, что взят из реальной практики изготовления голограмм.

Применение предложенного метода позволит повысить точность расчета оптических схем записи и восстановления изобразительных голограмм, проводить совместную оптимизацию этих схем с целью обеспечения минимальных искажений для конкретных условий наблюдения голографического изображения.

Литература

- [1] Meier R. W. — JOSA, 1965, v. 55, N 8, p. 987—992.
- [2] Champagne E. B. — JOSA, 1967, v. 57, N 1, p. 61—65.
- [3] Михайлов И. А. — Опт. и спектр., 1985, т. 58, в. 3, с. 612—617.
- [4] Ванин В. А. — В кн.: Оптическая голограмма / Под ред. Ю. Н. Денисюка. Л., 1985, с. 21—41.
- [5] Грейсух Г. И., Прохоров М. А., Туркевич Ю. Г. — Опт. и спектр., 1979, т. 46, в. 1, с. 153—157.
- [6] Бобров С. Т., Грейсух Г. И., Прохоров М. А., Туркевич Ю. Г. — Опт. и спектр., 1977, т. 42, в. 6, с. 1162—1164.
- [7] Шельманова В. Г. — ЖПС, 1982, т. 37, № 3, с. 382—386.
- [8] Миллер М. Голография. Л., 1979.

Поступило в Редакцию 27 августа 1987 г.