О повышении разрешающей способности в изображении двух взаимно когерентных источников.

Н.Г. Власов, Г.И. Соломахо

Показано, что применение метода пространственных фазовых шагов для определения расстояния между двумя взаимно когерентными точечными источниками позволяет улучшить разрешение более чем на порядок.

Ключевые слова: *интерференция, метод фазовых шагов, оптико-цифровая обработка изображений.*

It is shown that the distance between two coherent point sources would be determined with an accuracy better than one order with phase shifting method.

Key words: *interferometry, phase shifting method, optical- digital image processing.*

Для анализа работы оптических систем традиционно применяются один из нескольких возможных вариантов тест-объектов: набор синусоид, резкий край, два точечных источника. Наиболее часто применяющийся вариант, привлекательный своею наглядностью - определение разрешающей способности в изображении двух точечных источников. Методы их получения не конкретизируются, так как их не сложно получить, например, в любом интерферометре бокового сдвига, в том числе отражением от передней и задней граней плоскопараллельной стеклянной пластинки, освещенной под углом.

На анализе изображения двух близко расположенных точечных источников равной интенсивности основано большинство классических критериев определения разрешающей способности оптических систем. Так, в наиболее часто применяемом критерии Рэлея некогерентные источники считаются разрешенными, если максимум в изображении одного из них совпадает с первым минимумом в изображении другого. При выполнении этого условия провал между двумя максимумами достигает 0,19 от их высоты. Однако развитие современных методов и средств оптоэлектронной обработки информации позволяет с новой точки зрения рассмотреть эту классическую задачу.

Действительно, пусть центральная часть изображения таких источников зарегистрирована на ПЗС-матрицу и введена в компьютер. Выберем оси координат так, чтобы одна из них соединяла центры изображения источников и усредним по другой координате. Такое усреднение по N элементов разрешения, равным $2{,}5 \cdot 10^3$ для современных ПЗС-матриц, уменьшит случайные шумы как $\sqrt{N}$, то есть в 50 раз.

Считая, что главным источником шума является неоднородность в чувствительности элементов самой ПЗС-матрицы, равная, ≅3%, найдем, что после усреднения шум будет составлять менее 0,1% от сигнала. Приведенный пример показывает, что критерий Рэлея, предложенный в то время, когда основным методом анализа было визуальное наблюдение, в наше время представляется излишне мягким.

В настоящей работе рассматривается более сложный случай получения разрешения двух взаимно когерентных точечных источников, превышающего классический дифракционный предел. Пусть два таких источника расположены симметрично оси оптической системы, в передней фокальной плоскости которой находятся источники, а в задней – ПЗС-матрица. Такая геометрия эксперимента позволяет получить на выходе оптической системы две взаимно когерентные плоские волны и упрощает расчет, так как становится ненужным учитывать зависимость импульсного отклика оптической системы от координат. В принципе, оптическая система может отсутствовать вообще, тогда апертура приемной системы ограничена только размерами ПЗС-матрицы, расположенной в зоне Френеля или Фраунгофера по отношению к области локализации источников.

Отметим, что такая схема эксперимента совпадает со схемой, обсуждаемой в задаче получения сверхразрешения за счет аналитического продолжения спектра пространственных частот (см., напр., [1]).

Пусть источники, как и в классическом аналоге, характеризуются равной интенсивностью излучения I_0, оси координат выбраны как в приведенном выше примере. I_0 и начальная разность фаз $\Delta\varphi$ считаются неизвестными и могут быть определены только экспериментально. Для рассмотрения наиболее общего случая, включающего вариант, когда $\Delta\varphi = 0$ напомним, что тогда отрицательные пространственные частоты не несут дополнительной, по сравнению с положительными частотами информации. Поэтому ПЗС-матрицу целесообразно расположить несимметрично относительно оптической оси так, чтобы точка $\xi = 0$ находилась вблизи от одного из ее краев.

Введем в компьютер пространственное распределение интенсивности, зарегистрированное ПЗС-матрицей, и усредним его в направлении перпендикулярном прямой, соединяющей центры изображений источников. После усреднения получим одномерное распределение интенсивности $I(\xi)$, равное:

$$I(\xi) = 2I_0 + 2I_0\cos(\Delta\varphi + \alpha\xi), \qquad (1)$$

где $\alpha = \dfrac{2\pi}{\lambda}\dfrac{d}{f}$, λ - длина волны, d - искомое расстояние между источниками, f - фокальная длина оптической системы, либо расстояние от источников до ПЗС-матрицы в случае, когда оптическая система отсутствует. Выражение (1) фактически совпадает с распределением интенсивности для интерферограммы фазовой ступеньки высотой $\Delta\varphi$, полученной в полосах конечной ширины. Пользуясь терминологией работы [2], посвященной определению $\Delta\varphi$ с повышенной точностью, можно считать также, что выражение (1) описывает интерферограмму непрерывно изменяющегося пространственного фазового сдвига. В отличие от работы [2], максимальный пространственный фазовый сдвиг заведомо меньше π, и определяется не $\Delta\varphi$, а другой параметр – расстояние между источниками d, входящее сомножителем в состав пространственной частоты α. Записывая значение интенсивности $I(\xi)$ для нескольких точек на оси ξ, на основе выражения (1) можно получить несколько независимых уравнений, достаточных для определения α и d.

Трудность данной задачи заключается, однако, в том, что разрешение в изображении взаимно когерентных точечных источников существенно зависит от разности фаз между ними. В классической оптике обычно рассматриваются значения $\Delta\varphi$, равные 0, $\dfrac{\pi}{2}$ и π. Поэтому перед выбором конкретного варианта решения на основе уравнения (1) полезно сначала проанализировать зависимость $\Delta I(\xi) = I(\xi) - I(0)$ от координаты ξ.

Пусть, например, $\Delta I(\xi)$ линейно возрастает для всех значений ξ, зарегистрированных ПЗС-матрицей. Это может происходить только вблизи точки $\dfrac{3}{2}\pi$. Избегая не принципиальных трудностей, для упрощения расчета будем считать, что это значение соответствует точке $\xi = 0$. Тогда $\Delta I(\xi) = 2I_0 \cos\left(\frac{3}{2}\pi + \alpha\xi\right) = 2I_0 \sin \alpha\xi$.

Запишем выражение (1) для точки ξ=0, а также для крайней точки ПЗС-матриц $+\xi_{\max}$:

$$I(0) = 2I_0. \qquad (2)$$

$$I(+\xi_{\max}) = I(0) + I(0)\sin\alpha\xi_{\max}, \qquad (3)$$

откуда

$$\sin\alpha\xi_{\max} = \frac{I(\xi_{\max}) - I(0)}{I(0)}. \qquad (4)$$

Будем считать далее, как и для некогерентного случая, что после усреднения шумы становятся менее 0,1%, и ограничимся при измерении разности интенсивностей величиной на порядок большей – одним процентом. Заменяя в (4) синус на его аргумент и выражая α через d, λ и f, найдем:

$$d = 0{,}01\frac{\lambda}{2\pi\beta}, \qquad (5)$$

где $\beta = \frac{\xi_{\max}}{f}$ - апертура.

Пусть теперь предварительный анализ показал, что $I(\xi)$ принимает максимальное значение в некоторой точке ξ, например, $\xi = 0$, $(\Delta\varphi = 0)$. Тогда выражения (2) - (4) изменятся следующим образом:

$$I(0) = 4I_0, \qquad (6)$$

$$I(\xi_{\max}) = 0{,}5I(0) + 0{,}5I(0)\cos\alpha\xi_{\max} \qquad (7)$$

$$\cos\alpha\xi_{\max} = \frac{I(\xi_{\max}) - 0{,}5I(0)}{0{,}5I(0)}. \qquad (8)$$

Раскладывая косинус в ряд и ограничиваясь двумя первыми членами, для предельного случая, когда дробь в (8) равна 0,01, получим:

$$d = \frac{\lambda}{10\sqrt{2}\pi\beta}. \qquad (9)$$

Для анализа последнего варианта $(\Delta\varphi = \pi)$, $I(0) = 0$, $\cos(\Delta\varphi + \alpha\xi) = -\cos\alpha\xi$, придадим (1) более удобную форму, используя известную тригонометрическую формулу для половинного угла:

$$I(\xi) = 4I_0(\sin\frac{\alpha\xi}{2})^2, \qquad (10)$$

тогда $$\sqrt{\frac{I(\xi_{\max})}{I\left(\frac{\xi_{\max}}{2}\right)}}=\frac{\sin\frac{\alpha\xi_{\max}}{2}}{\sin\frac{\alpha\xi_{\max}}{4}}=2\cos\frac{\alpha\xi_{\max}}{4}\quad. \qquad (11)$$

Снова раскладывая косинус, найдем:

$$d\approx\frac{\sqrt{2}}{10\pi}\quad\frac{\lambda}{\beta}. \qquad (12)$$

Из полученных формул видно, что метод фазовых шагов, как и в своей традиционной области применения – интерферометрии, позволил нам более чем на порядок улучшить разрешение в изображении двух взаимно когерентных точечных источников.

Литература.

1. Гудман Дж. Введение в Фурье-оптику. – М.: Мир, 1970.
2. Власов Н.Г., Нгуен Ван Тханг//Измерительная техника. – 2006. – №8. – с. 37.

СВЕДЕНИЯ ОБ АВТОРАХ

1. Власов Николай Георгиевич.
Основное место работы:
Московский государственный технический университет «Станкин», 103055, Вадковский пер. 3-а,
профессор кафедры физики.
Тел: (495)631-2887; (499)972-9484; e-mail: vlasovng@rol.ru

2. Соломахо Георгий Игнатьевич.
Основное место работы:
Московский государственный технический университет «Станкин», 103055, Вадковский пер. 3-а,
профессор кафедры физики.
Тел: (495)5814019; (499)972-9484; e-mail: solgeo@mail.ru